ძვირფასო სტუდენტებო,
დავალების შესრულების დაწყებამდე,
გთხოვთ, ჯერ გაეცნოთ განმარტებით წერილს

მათემატიკა ეკონომიკისა და ბიზნესისათვის 1

დავალება № 9. შებრუნებული მატრიცა და მისი გამოსათვლელი ფორმულა. წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემები

ქვემოთ მოყვანილ ცხრილში მოცემული სავარჯიშოები აღებულია სილაბუსში მითითებული [2] სალექციო კურსიდან, კერძოდ, ლექცია 9-ის ბოლო პუნქტში მოყვანილი სავარჯიშოებიდან. გამუქებულია იმ ტიპური სავარჯიშოების ნომრები, რომელთა ამოხსნები გადმოცემულია აქ. გაეცანით ამ ამოხსნებს, დანარჩენი სავარჯიშოები კი შეასრულეთ დამოუკიდებლად.

სავარჯიშოების პირობები და პასუხები იხილეთ [2]-ში.

სავარჯიშოები №

1-ა,ბ,გ,დ	2-ბ,დ	2-ა,გ	3-ა,გ	3-ბ,დ	4	5	6-ა,დ	6-ბ,გ,ე	7-დ
7-ა,ბ,გ	8-გ	8-ა,ბ,დ,ე	9-ა	9-ბ	10-ბ,დ,ე,ვ	10-ა,გ	11	12	13

ტიპური სავარჯიშოების ამოხსნა

2-ბ.

ამოხსნა. მოცემულია $A=\begin{pmatrix} 2 & 15 \\ -2 & -10 \end{pmatrix}$ მატრიცა. უნდა ვიპოვოთ A^{-1} მატრიცა. რადგან A მატრიცის დეტერმინანტი $|A|=\begin{vmatrix} 2 & 15 \\ -2 & -10 \end{vmatrix}=-20+30=10$ ($|A|\neq 0$), ამიტომ A მატრიცა შებრუნებადია და მისი შებრუნებული A^{-1} მატრიცა გამოითვლება $A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot A^{*}=\frac{1}{|A|}\cdot\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{pmatrix}$ ფორმულით, სადაც A_{ik} $(i=1,2;\ \ k=1,2)$ არის A მატრიცის a_{ik} ელემენტის ალგებრული დამატება;

$$A_{11}=-10,\quad A_{12}=-(-2)=2,\quad A_{21}=-15,\quad A_{22}=2\,.$$

შევადგინოთ მიკავშირებული მატრიცა: $A^{*}=\begin{pmatrix} -10 & -15 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$. ამრიგად, მივიღეთ:

$$A^{-1}=\frac{1}{10}\begin{pmatrix} -10 & -15 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & -1.5 \\ 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}\quad .$$

პასუხი. $A^{-1}=\begin{pmatrix} -1 & -1.5 \\ 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$.

2-დ.

ამოხსნა. მოცემულია $A=\begin{pmatrix}2&5&7\\6&3&4\\5&-2&-3\end{pmatrix}$ მატრიცა. უნდა ვიპოვოთ A^{-1} მატრიცა.

$$|A|=\begin{vmatrix}2&5&7\\6&3&4\\5&-2&-3\end{vmatrix}=-18+100-84-105+90+16=-1\ (|A|\neq 0),$$ ამიტომ A^{-1} არსებობს და

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot A^{*}=\frac{1}{|A|}\cdot\begin{pmatrix}A_{11}&A_{21}&A_{31}\\A_{12}&A_{22}&A_{32}\\A_{13}&A_{23}&A_{33}\end{pmatrix}.$$

გამოვთვალოთ A მატრიცის ელემენტების ალგებრული დამატებები:

$$A_{11}=\begin{vmatrix}3&4\\-2&-3\end{vmatrix}=-9+8=-1,\quad A_{21}=-\begin{vmatrix}5&7\\-2&-3\end{vmatrix}=1,\quad A_{31}=\begin{vmatrix}5&7\\3&4\end{vmatrix}=-1,$$

$$A_{12}=-\begin{vmatrix}6&4\\5&-3\end{vmatrix}=38,\quad A_{22}=\begin{vmatrix}2&7\\5&-3\end{vmatrix}=-41,\quad A_{32}=-\begin{vmatrix}2&7\\6&4\end{vmatrix}=34,$$

$$A_{13}=\begin{vmatrix}6&3\\5&-2\end{vmatrix}=-27,\quad A_{23}=-\begin{vmatrix}2&5\\5&-2\end{vmatrix}=29,\quad A_{33}=\begin{vmatrix}2&5\\6&3\end{vmatrix}=-24.$$

შევადგინოთ მიკავშირებული მატრიცა:

$$A^{*}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\38&-41&34\\-27&29&-24\end{pmatrix}.$$

ამრიგად, მივიღებთ:

$$A^{-1}=\frac{1}{-1}\begin{pmatrix}-1&1&-1\\38&-41&34\\-27&29&-24\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-1&1\\-38&41&-34\\27&-29&24\end{pmatrix}.$$

პასუხი. $A^{-1}=\begin{pmatrix}1&-1&1\\-38&41&-34\\27&-29&24\end{pmatrix}$.

3-ა. იპოვეთ $B=\begin{pmatrix}1&0&3\\2&3&1\\1&2&2\end{pmatrix}$ მატრიცის შებრუნებული მატრიცის b_{23} ელემენტი.

ამოხსნა. B^{-1} მატრიცის b_{23} ელემენტი მდებარეობს მეორე სტრიქონისა და მესამე სვეტის გადაკვეთაზე და $b_{23}=\dfrac{A_{32}}{|B|}$, სადაც $|B|=\begin{vmatrix}1&0&3\\2&3&1\\1&2&2\end{vmatrix}=6+12-9-2=7$, $A_{32}=-\begin{vmatrix}1&3\\2&1\end{vmatrix}=5$, ე.ი. $b_{23}=\dfrac{5}{7}$.

პასუხი. $b_{23}=\dfrac{5}{7}$.

3-გ. იპოვეთ $B=\begin{pmatrix}1&0&3\\2&3&1\\1&2&2\end{pmatrix}$ მატრიცის შებრუნებული მატრიცის მეორე სტრიქონის ელემენტები.

ამოხსნა. შებრუნებული მატრიცის გამოსათვლელი ფორმულის თანახმად B^{-1} მატრიცის მეორე სტრიქონს ექნება შემდეგი სახე: $\frac{A_{12}}{|B|}\quad \frac{A_{22}}{|B|}\quad \frac{A_{32}}{|B|}$; ამრიგად , უნდა ვიპოვოთ მეორე სვეტის ელემენტების ალგებრული დამატებები: $A_{12}=-\begin{vmatrix}2&1\\1&2\end{vmatrix}=-3,\quad A_{22}=\begin{vmatrix}1&3\\1&2\end{vmatrix}=-1,\quad A_{32}=-\begin{vmatrix}1&3\\2&1\end{vmatrix}=5$.

მეორე სტრიქონი იქნება: $-\frac{3}{7}\quad -\frac{1}{7}\quad \frac{5}{7}$.

პასუხი. $-\frac{3}{7}\quad -\frac{1}{7}\quad \frac{5}{7}$.

6-ა.

ამოხსნა. მოცემულია $X\cdot\begin{pmatrix}3&1\\1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7&0\\4&4\end{pmatrix}$ განტოლება. ეს განტოლება ჩავწეროთ $X\cdot A=B$ სახით, სადაც $A=\begin{pmatrix}3&1\\1&2\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}7&0\\4&4\end{pmatrix}$. $X\cdot A=B$ მატრიცული განტოლების ორივე მხარე მარჯვნიდან გავამრავლოთ A^{-1}-ზე: $X\cdot A\cdot A^{-1}=B\cdot A^{-1}$; რადგან $A\cdot A^{-1}=I$ და $X\cdot I=X$, ამიტომ $X=B\cdot A^{-1}$.

გამოვთვალოთ A^{-1} მატრიცა: $|A|=\begin{vmatrix}3&1\\1&2\end{vmatrix}=5,\quad A_{11}=2,\quad A_{12}=-1,\quad A_{21}=-1,\quad A_{22}=3$.

შებრუნებული მატრიცის გამოსათვლელი ფორმულის თანახმად $A^{-1}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}2&-1\\-1&3\end{pmatrix}$, ამიტომ

$$X=B\cdot A^{-1}=\begin{pmatrix}7&0\\4&4\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix}2&-1\\-1&3\end{pmatrix}=\frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix}14&-7\\4&8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{14}{5}&-\frac{7}{5}\\\frac{4}{5}&\frac{8}{5}\end{pmatrix}.$$

პასუხი. $X=\begin{pmatrix}\frac{14}{5}&-\frac{7}{5}\\\frac{4}{5}&\frac{8}{5}\end{pmatrix}$.

6-დ.

ამოხსნა. მოცემული $\begin{pmatrix}-2&0\\1&3\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}4&1\\-3&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-4\\5&1\end{pmatrix}$ განტოლება ჩავწეროთ $A\cdot X\cdot B=C$ სახით, სადაც $A=\begin{pmatrix}-2&0\\1&3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}4&1\\-3&0\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}2&-4\\5&1\end{pmatrix}$. $A\cdot X\cdot B=C$ მატრიცული განტოლება გავამრავლოთ მარცხნიდან A^{-1}-ზე და მარჯვნიდან B^{-1}-ზე: $A^{-1}\cdot A\cdot X\cdot B\cdot B^{-1}=A^{-1}\cdot C\cdot B^{-1}$; რადგან $A^{-1}\cdot A=B\cdot B^{-1}=I$ (I ერთეულოვანი მატრიცაა), ამიტომ გვექნება:

$$X=A^{-1}\cdot C\cdot B^{-1},$$

$$A^{-1}=-\frac{1}{6}\cdot\begin{pmatrix}3&0\\-1&-2\end{pmatrix},\quad B^{-1}=\frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix}0&-1\\3&4\end{pmatrix}.$$

ამრიგად,

$$X=-\frac{1}{6}\cdot\begin{pmatrix}3 & 0\\ -1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -4\\ 5 & 1\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix}0 & -1\\ 3 & 4\end{pmatrix}=-\frac{1}{18}\cdot\begin{pmatrix}6 & -12\\ -12 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & -1\\ 3 & 4\end{pmatrix}=-\frac{1}{18}\cdot\begin{pmatrix}-36 & -54\\ 6 & 20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -\frac{1}{3} & -\frac{10}{9}\end{pmatrix}.$$

პასუხი. $X=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -\frac{1}{3} & -\frac{10}{9}\end{pmatrix}$.

7-დ.

ამოხსნა. მოცემული $\begin{cases}2x+y-2z=4\\ 3x+z=2\\ x+2y+z=0\end{cases}$ სისტემა უნდა ამოვხსნათ მატრიცული ხერხით. ეს სისტემა ჩავწეროთ $A\cdot X=B$ სახით, სადაც $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 3 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4\\ 2\\ 0\end{pmatrix}$. მაშინ $X=A^{-1}\cdot B$.

გამოვთვალოთ A^{-1} მატრიცა:

$$|A|=\begin{vmatrix}2 & 1 & -2\\ 3 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 1\end{vmatrix}=1-12-3-4=-18,$$

$$A_{11}=-2,\quad A_{21}=-5,\quad A_{31}=1,$$
$$A_{12}=-2,\quad A_{22}=4,\quad A_{32}=-8,$$
$$A_{13}=6,\quad A_{23}=-3,\quad A_{33}=-3.$$

$X=A^{-1}\cdot B$ ფორმულიდან მივიღებთ: $X=-\frac{1}{18}\cdot\begin{pmatrix}-2 & -5 & 1\\ -2 & 4 & -8\\ 6 & -3 & -3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4\\ 2\\ 0\end{pmatrix}=-\frac{1}{18}\cdot\begin{pmatrix}-8-10\\ -8+8\\ 24-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 0\\ -1\end{pmatrix}$;

ე.ი. $x=1,\quad y=0,\quad z=-1$.

პასუხი. $(1;0;-1)$

8-გ.

ამოხსნა. მოცემული $\begin{cases}2x_1-x_2-x_3=0\\ 3x_1+4x_2-x_3=7\\ 3x_1-2x_2+4x_3=16\end{cases}$ სისტემა ამოვხსნათ კრამერის ფორმულებით. გამოვთვალოთ სისტემის მთავარი დეტერმინანტი – Δ; თუ $\Delta\neq 0$, მაშინ სისტემას აქვს ერთადერთი ამონახსნი და ვიპოვოთ Δ_1, Δ_2, Δ_3 დამხმარე დეტერმინანტები:

$$\Delta=\begin{vmatrix}2 & -1 & -1\\ 3 & 4 & -1\\ 3 & -2 & 4\end{vmatrix}=32+3+6+12+12-4=61,\quad \Delta\neq 0,$$

$$\Delta_1=\begin{vmatrix}0 & -1 & -1\\ 7 & 4 & -1\\ 16 & -2 & 4\end{vmatrix}=122,\quad \Delta_2=\begin{vmatrix}2 & 0 & -1\\ 3 & 7 & -1\\ 3 & 16 & 4\end{vmatrix}=61,\quad \Delta_3=\begin{vmatrix}2 & -1 & 0\\ 3 & 4 & 7\\ 3 & -2 & 16\end{vmatrix}=183.$$

ვისარგებლოთ კრამერის ფორმულებით: $x_1=\frac{\Delta_1}{\Delta},\quad x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta},\quad x_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}$;

მივიღებთ: $x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{122}{61} = 2,\quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{61}{61} = 1,\quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{183}{61} = 3$.

პასუხი. $(2;1;3)$.

9-ა.

ამოხსნა. მოცემული $\begin{pmatrix} x_1 & 2 & x_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ x_1 & x_2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 15 \end{pmatrix}$ მატრიცული განტოლება რომ ჩავწეროთ წრფივ განტოლებათა სისტემის სახით, ამისათვის შევასრულოთ მატრიცების გამრავლების ოპერაცია:

$$\begin{pmatrix} x_1 & 2 & x_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ x_1 & x_2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 + x_2 & 3x_1 + 2x_2 + 4x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 + x_2 & 3x_1 + 6x_2 \end{pmatrix}.$$

აქედან მივიღებთ სისტემას: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 7 \\ 3x_1 + 6x_2 = 15 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 + 2x_2 = 5 \end{cases}.$

მიღებული სისტემა ამოვხსნათ კრამერის ფორმულებით:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \neq 0,\quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 9,\quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 3,$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{9}{3} = 3,\quad x_1 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{3}{3} = 1.$$

პასუხი. $x_1 = 3,\quad x_2 = 1$.

10-ბ.

ამოხსნა. მოცემული $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 9 \\ -x_1 - 12x_2 + 14x_3 = 1 \end{cases}$ სისტემა ამოვხსნათ გაუსის მეთოდით. პირველ განტოლებად უმჯობესია ავირჩიოთ ის განტოლება, რომელშიც x_1-თან მდგომი კოეფიციენტი არის 1; ამიტომ სისტემას გადავწერთ შემდეგი სახით:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -1 \\ -x_1 - 12x_2 + 14x_3 = 1 \end{cases}.$$

პირველი განტოლების გარდა x_1 ცვლადი გამოვრიცხოთ დანარჩენი განტოლებებიდან. პირველი განტოლება გადავწეროთ უცვლელად, მეორე განტოლებას დავუმატოთ (-2)-ზე გამრავლებული პირველი განტოლება, ხოლო მესამეს დავუმატოთ პირველი განტოლება. მივიღებთ:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 9 \\ -x_2 + 7x_3 = -19 \\ -10x_2 + 10x_3 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 9 \\ x_2 - 7x_3 = 19 \\ -x_2 + x_3 = 1 \end{cases}.$$

შემდეგ ეტაპზე x_2 ცვლადი უნდა გამოვრიცხოთ მესამე განტოლებიდან. პირველი განტოლება უცვლელად გადაიწერება. მეორე განტოლება დავუმატოთ მესამეს, გვექნება:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 9 \\ x_2 - 7x_3 = 19 \\ -6x_3 = 20 \end{cases} \quad \left| \quad \begin{aligned} & x_1 = 9 - 2x_2 + 4x_3 = 9 + \frac{26}{3} - \frac{40}{3} = \frac{13}{3} \\ & x_2 = 19 + 7x_3 = 19 - \frac{70}{3} = -\frac{13}{3} \\ & x_3 = -\frac{10}{3} \end{aligned} \right.$$

$$x_1=\frac{13}{3},\quad x_2=-\frac{13}{3},\quad x_3=-\frac{10}{3}.$$

პასუხი. სისტემას აქვს ერთადერთი ამონახსნი: $\left(\frac{13}{3};-\frac{13}{3};-\frac{10}{3}\right)$.

შევნიშნოთ, რომ განხილული სისტემის გაუსის მეთოდით ამოხსნა შეიძლება ჩავწეროთ მატრიცების გამოყენებით, სქემატურად, შემდეგი სახით:

$$\begin{array}{c} R_1\\ R_2\\ R_3\end{array}\left(\begin{array}{ccc|c}1&2&-4&9\\2&3&-1&-1\\-1&-12&14&1\end{array}\right)\begin{array}{c} R_1\\ R_2+(-2)R_1\\ R_3+R_1\end{array}\left(\begin{array}{ccc|c}1&2&-4&9\\0&-1&7&-19\\0&-10&10&10\end{array}\right)$$

$$\sim\begin{array}{c} R_1\\ (-1)R_2\\ (-1/10)R_3\end{array}\left(\begin{array}{ccc|c}1&2&-4&9\\0&1&-7&19\\0&1&-1&-1\end{array}\right)\begin{array}{c} R_1\\ R_2\\ R_3-R_2\end{array}\left(\begin{array}{ccc|c}1&2&-4&9\\0&1&-7&19\\0&0&6&-20\end{array}\right)$$

ბოლო სტრიქონი აღდგება შემდეგი განტოლების სახით: $6x_3=-20,\quad x_3=-\frac{10}{3}$.

მეორე სტრიქონიდან გვექნება:

$$x_2-7x_3=19,$$
$$x_2=19+7x_3=19-\frac{70}{3}=-\frac{13}{3};$$

პირველი სტრიქონიდან გვექნება:

$$x_1+2x_2-4x_3=9,$$
$$x_1=9-2x_2+4x_3=9+\frac{26}{3}-\frac{40}{3}=\frac{13}{3}.$$

ე.ი. $\left(\frac{13}{3};-\frac{13}{3};-\frac{10}{3}\right)$. შემდეგში, ჩაწერის მოხერხებულობის მიზნით, გაუსის მეთოდით სისტემის ამოხ-სნისას ვისარგებლებთ სქემატური ჩანაწერით.

10-დ.

ამოხსნა. მოცემული $\begin{cases}2x_1+x_2-x_3=5\\ x_1-2x_2+2x_3=-5\\ 7x_1+x_2-x_3=10\end{cases}$ სისტემა ამოვხსნათ გაუსის მეთოდით.

$$\begin{array}{c} R_1\\ R_2\\ R_3\end{array}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-2&2&-5\\2&1&-1&5\\7&1&-1&10\end{array}\right)\begin{array}{c} R_1\\ R_2-2R_1\\ R_3-7R_1\end{array}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-2&2&-5\\0&5&-5&15\\0&15&-15&45\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&-2&2&-5\\0&1&-1&3\\0&1&-1&3\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&-2&2&-5\\0&1&-1&3\end{array}\right).$$

უკანასკნელ სტრიქონს შეესაბამება განტოლება: $x_2-x_3=3,\quad x_2=3+x_3$, სადაც x_3 თავისუფალი ცვლადია და მას შეუძლია მიიღოს ნებისმიერი ნამდვილი მნიშვნელობა. ვთქვათ, $x_3=t$; მაშინ $x_2=3+t$ და, პირველი განტოლებიდან, $x_1=-5+2x_2-2x_3=-5+2(3+t)-2t=1$.

ამრიგად, მოცემულ სისტემას აქვს უსასრულო სიმრავლე ამონახსნებისა, სისტემის ზოგადი ამონახსნი შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით: $(1;3+t;t)$, სადაც $t\in R$. ზოგადი ამონახსნიდან შეიძლება მივიღოთ კერძო ამონახსნები, თუ t-ს მივანიჭებთ კონკრეტულ მნიშვნელობას, მაგალითად, როცა $t=2$, ვღებულობთ კერძო ამონახსნს: $(1;5;2)$.

პასუხი. სისტემის ზოგადი ამონახსნია $(1;3+t;t),\quad t\in R$.

10-ე.

ამოხსნა. მოცემული $\begin{cases} x_1+x_2-x_3+x_4=4 \\ x_1-x_3+2x_4=6 \\ 3x_1-x_2+x_3-x_4=0 \\ 2x_1-x_2+3x_3-2x_4=1 \end{cases}$ სისტემა ამოვხსნათ გაუსის მეთოდით.

$$\begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{matrix}\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & -2 & 1 \end{array}\right) \sim \begin{matrix} R_1 \\ R_2-R_1 \\ R_3-3R_1 \\ R_4-2R_1 \end{matrix}\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -4 & 4 & -4 & -12 \\ 0 & -3 & 5 & -4 & -7 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3\cdot(-1/4) \\ R_4\cdot(-1) \end{matrix}\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -5 & 4 & 7 \end{array}\right) \sim \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3+R_2 \\ R_4+3R_2 \end{matrix}\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 7 & 13 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4-5R_3 \end{matrix}\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -12 \end{array}\right) \sim \begin{cases} x_1=4-x_2+x_3-x_4=4-2+3-4=1 \\ -x_2+x_4=2, \quad x_2=x_4-2=2 \\ -x_3+2x_3=5, \quad x_3=2x_4-5=3 \\ -3x_4=-12, \quad x_4=4 \end{cases}.$$

$x_1=1, \quad x_2=2, \quad x_3=3, \quad x_4=4$.

პასუხი. $(1;2;3;4)$ არის მოცემული სისტემის ერთადერთი ამონახსნი.

10-ვ.

ამოხსნა. მოცემული $\begin{cases} 3x_1+3x_3+x_4=8 \\ x_1+x_2+2x_3-x_4=2 \\ 2x_1-x_2+x_3+2x_4=5 \end{cases}$ სისტემა ამოვხსნათ გაუსის მეთოდით.

$$\begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix}\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 1 & 8 \\ 2 & -1 & 1 & 2 & 5 \end{array}\right) \sim \begin{matrix} R_1 \\ R_2-3R_1 \\ R_3-2R_1 \end{matrix}\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & -3 & -3 & 4 & 1 \end{array}\right) \sim \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3-R_2 \end{matrix}\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & -3 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right).$$

უკანასკნელი სტრიქონი განტოლების სახით ჩაიწერება ასე: $0\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4=-1$.

ცხადია, უკანასკნელ განტოლებას არ აქვს ამონახსნი, ამიტომ სისტემას არ აქვს ამონახსნი ანუ სისტემა არათავსებადია.

პასუხი. სისტემა არათავსებადია.